

## Nueva unidad de Math Bits: Números Enteros

En la propuesta actual de Math Bits, los números enteros se presentan desde una perspectiva algebraica. Primero se introduce el lenguaje algebraico y la manipulación de expresiones con letras, en la unidad *Lenguaje algebraico*; luego se utiliza el álgebra para introducir los números enteros, en la unidad *Números enteros y ecuaciones*.

Este planteamiento sigue la línea de los trabajos en Didáctica de las Matemáticas de Eva Cid y Pablo Beltrán-Pellicer, de la Universidad de Zaragoza, que son parte de [nuestros referentes didácticos](#) y tiene como propósito evitar algunas dificultades que pueden aparecer al utilizar otros enfoques.

Tras implementar esta propuesta en las aulas, recibimos valiosas sugerencias de los docentes. Por ello, hemos desarrollado una nueva unidad de *Números enteros* que proporciona un enfoque didáctico distinto, también basado en la investigación en Didáctica de las Matemáticas, e igualmente válido (ver sus fundamentos más abajo).

Podéis encontrar la nueva unidad en vuestra intranet. De momento tenéis disponibles las lecciones del tipo Explicamos e iremos añadiendo el resto entre junio y septiembre de 2025.

Las unidades anteriores: *Lenguaje algebraico* y *Números enteros y ecuaciones* seguirán disponibles para quienes deseen utilizarlas.

### Enfoque didáctico

En la nueva unidad de *Números enteros*, igual que en toda la propuesta de Math Bits, se prioriza construir el significado de los nuevos conceptos y procedimientos, en lugar de centrarse únicamente en la mecánica del cálculo.

Se utilizan distintos modelos para introducir los números enteros. Cada modelo es más o menos útil para dar sentido a una u otra propiedad, pero la combinación de todas ellas contribuye a una comprensión más profunda y completa de la estructura de los enteros.

A grandes rasgos, se distinguen tres tipos de modelos:

1. Modelo aritmético
2. Modelo geométrico
3. Modelo de fichas o de neutralización

## Modelo aritmético

Los números enteros aparecen como una extensión de los naturales para dar sentido a restas en las que el sustraendo es mayor que el minuendo (p.ej.  $3 - 5 = -2$ ).

Se utiliza la inducción para generalizar las propiedades de los números naturales y, de esta manera, se deducen las propiedades de los números enteros y de las operaciones con ellos.

Por ejemplo, si a una misma cantidad se le resta una cantidad cada vez mayor, el resultado es cada vez menor. De esto se deduce, por ejemplo, que  $-4$  es menor que  $-3$  porque  $-4 = 0 - 4$  y  $-3 = 0 - 3$ .

		Aumenta el número restado	Disminuye el resultado		
$4 - 0 = 4$	$3 - 0 = 3$	$2 - 0 = 2$	$1 - 0 = 1$	$0 - 0 = 0$	
$4 - 1 = 3$	$3 - 1 = 2$	$2 - 1 = 1$	$1 - 1 = 0$	$0 - 1 = -1$	
$4 - 2 = 2$	$3 - 2 = 1$	$2 - 2 = 0$	$1 - 2 = -1$	$0 - 2 = -2$	
$4 - 3 = 1$	$3 - 3 = 0$	$2 - 3 = -1$	$1 - 3 = -2$	$0 - 3 = -3$	
$4 - 4 = 0$	$3 - 4 = -1$	$2 - 4 = -2$	$1 - 4 = -3$	$0 - 4 = -4$	
$4 - 5 = -1$	$3 - 5 = -2$	$2 - 5 = -3$	$1 - 5 = -4$	$0 - 5 = -5$	

Otro ejemplo: si la multiplicación por un número positivo es una suma repetida, la multiplicación por un número negativo se puede entender como una resta repetida. De esto se deduce la regla de los signos para el producto.

?
➤

$$(-3) \cdot (-5) = +15$$
➡

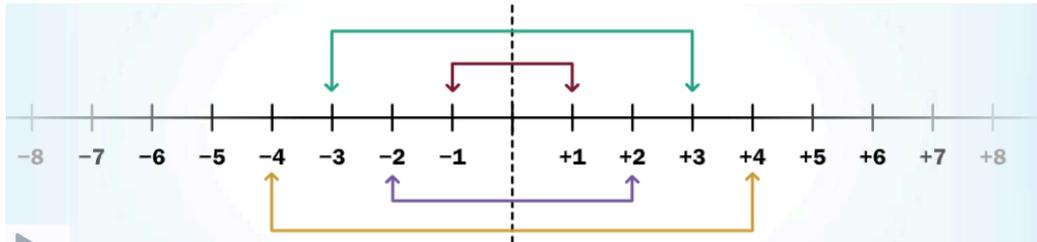
$$-(-5) - (-5) - (-5) = +15$$

La multiplicación  $(-3) \cdot (-5)$  es equivalente a restar 3 veces  $-5$ .

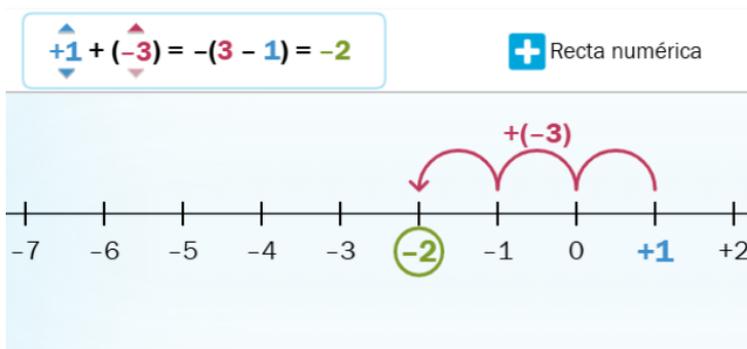
## Modelo geométrico

Se representan los números enteros sobre una recta numérica. La recta numérica es una recta orientada en que se escoge un punto arbitrario para representar el 0. Los números positivos se representan a la derecha del 0 y los números negativos a su izquierda.

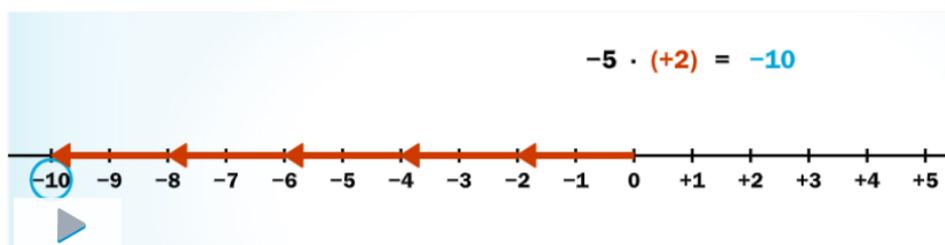
La recta numérica permite dar una justificación geométrica a la ordenación de los números enteros (cuanto más a la derecha, mayor es el número y viceversa) e interpretar el valor absoluto como la distancia de un número entero al 0.



La suma y resta de números enteros se pueden representar como desplazamientos sobre la recta numérica.



La multiplicación por un número positivo se puede interpretar como la dilatación de un segmento orientado sobre la recta numérica y la multiplicación por un número negativo, como una dilatación y una inversión.

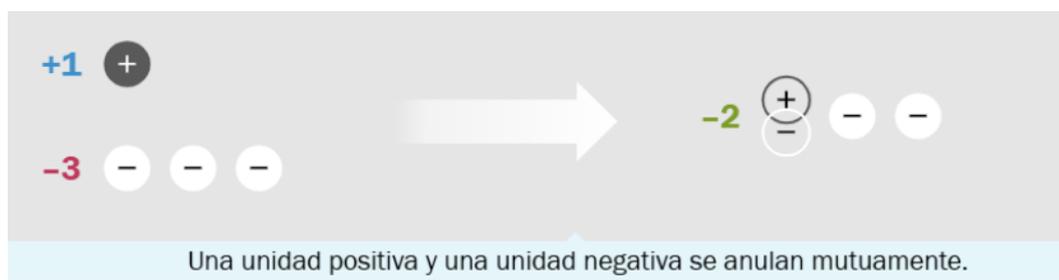


## Modelos de fichas o de neutralización

Se utilizan fichas de dos colores para representar unidades positivas (+1) y negativas (-1). Dos fichas de signo opuesto se neutralizan. Por lo tanto si se añaden o se eliminan parejas de fichas de signo opuesto, la cantidad global no cambia.

Esto hace que un mismo número entero admita infinitas representaciones. Por ejemplo +4 se puede representar con 4 fichas positivas, pero también con 5 positivas y 1 negativa, con 6 positivas y 2 negativas, etc.

Con la ayuda de estas múltiples representaciones, la suma y resta de números enteros se pueden entender como adición o sustracción de fichas.



## Referencias bibliográficas

Añadimos algunas referencias bibliográficas en las que hemos basado esta propuesta:

- González, J. L., [y otros autores]. (1990). *Números enteros* (Colección Matemáticas: cultura y aprendizaje). Editorial Síntesis.
- Lytle, P. A. (1992). *Use of a neutralization model to develop understanding of integers and of the operations of integer addition and subtraction* (Tesis de Máster, Concordia University).
- Hayes, R. L. (2019). *TEACHING NEGATIVE NUMBER OPERATIONS A comparative study of the neutralisation model using integer tiles*. ResearchGate.

## Estructura de la unidad

### 1. Empezamos: **Números con doble sentido**

Se plantean situaciones cotidianas y reales en las que se utilizan números con signo.

### 2. Exploramos: **Puntos positivos y puntos negativos**

Se investiga un juego en el que se pueden ganar o perder puntos para ver qué sucede cuando se resta una cantidad de cero. También se investiga otro juego en el que se pueden ganar o perder cartas con puntos positivos o negativos para explorar la suma y la resta de números enteros.

### 3. Explicamos: **Números enteros**

- Se introducen los números enteros.
- Se define el concepto de valor absoluto y de números opuestos.
- Se ordenan números enteros.
- Se introduce la representación sobre la recta numérica.

### 4. Explicamos: **Suma y resta de números enteros**

- Se explica cómo sumar y restar números enteros desde distintos modelos.
- Se trabajan distintos significados de la resta: como sustracción y como diferencia.
- Se usa la diferencia entre dos números enteros como un criterio para clasificarlos.
- Se usa la diferencia de números enteros para calcular variaciones de magnitudes.

### 5. Exploramos: **Dilataciones e inversiones**

Se investiga un minijuego en el que hay que ampliar o invertir un objeto para conseguir el objetivo. De esta manera, se introduce la idea de multiplicación por un entero positivo como dilatación y de multiplicación por un entero negativo como dilatación más inversión.

### 6. Explicamos: **Más operaciones con números enteros**

- Se explica cómo multiplicar números enteros desde distintos modelos.
- Se explica la división de números enteros como operación inversa de la multiplicación.
- Se introducen las potencias de base entera y exponente natural.
- Se analizan las diferencias entre las propiedades de los números enteros y los números naturales.

### 7. Evaluamos: **Evaluación - Los números enteros**

## LECCIONES ADICIONALES

### 8. Elaboramos: **Jugando con números enteros**

Se propone el proyecto de inventar un juego en el que intervengan los números enteros de manera significativa.

Puedes consultar la nueva propuesta de Math Bits 2025 [aquí](#).

Cualquier duda contacta con el asesor educativo asignado a tu colegio.