

Nova unitat de Math Bits per a 1r d'ESO: Nombres enters

A la proposta actual de Math Bits, els nombres enters es presenten des d'una perspectiva algebraica. Primer s'introdueix el llenguatge algebraic i la manipulació d'expressions amb lletres, a la unitat *Llenguatge algebraic*; després s'utilitza l'àlgebra per introduir els nombres enters, a la unitat *Nombres enters i equacions*.

Aquest plantejament segueix la línia dels treballs en Didàctica de les Matemàtiques d'Eva Cid i Pablo Beltrán-Pellicer, de la Universitat de Saragossa, que formen part dels [nostres referents didàctics](#) i té com a objectiu evitar algunes dificultats que poden aparèixer amb altres enfocaments.

Després d'implementar aquesta proposta a les aules, vam rebre suggeriments valuosos del professorat. Per això, hem desenvolupat una nova unitat de *Nombres enters* que ofereix un enfocament didàctic diferent, també basat en la recerca en Didàctica de les Matemàtiques, i igualment vàlid (vegeu-ne els fonaments més avall).

Podeu trobar la nova unitat a la vostra intranet. De moment, teniu disponibles les lliçons del tipus *expliquem* i n'anirem afegint la resta entre juny i setembre de 2025.

Les unitats anteriors: *Llenguatge algebraic* i *Nombres enters i equacions* continuaran disponibles per a qui les vulgui utilitzar.

Enfocament didàctic

A la nova unitat de *Nombres enters*, igual que en tota la proposta de *Math Bits*, es prioritza construir el significat dels nous conceptes i procediments, en lloc de centrar-se únicament en la mecànica del càlcul.

S'utilitzen diferents models per introduir els nombres enters. Cada model és més o menys útil per donar sentit a una propietat o una altra, però la combinació de tots contribueix a una comprensió més profunda i completa de l'estructura dels enters.

A grans trets, es distingeixen tres tipus de models:

1. Model aritmètic
2. Model geomètric
3. Model de fitxes o de neutralització

Model aritmètic

Els nombres enters apareixen com una extensió dels naturals per donar sentit a restes en què el subtrahend és més gran que el minuend (p. ex. $3 - 5 = -2$).

S'utilitza la inducció per generalitzar les propietats dels nombres naturals i, d'aquesta manera, es dedueixen les propietats dels nombres enters i de les operacions que hi fem.

Per exemple, si a una mateixa quantitat se li resta una quantitat cada vegada més gran, el resultat és cada vegada més petit. D'això se'n dedueix, per exemple, que -4 és menor que -3 perquè $-4 = 0 - 4$ i $-3 = 0 - 3$.

	Augmenta el nombre restat	Disminueix el resultat		
$4 - 0 = 4$	$3 - 0 = 3$	$2 - 0 = 2$	$1 - 0 = 1$	$0 - 0 = 0$
$4 - 1 = 3$	$3 - 1 = 2$	$2 - 1 = 1$	$1 - 1 = 0$	$0 - 1 = -1$
$4 - 2 = 2$	$3 - 2 = 1$	$2 - 2 = 0$	$1 - 2 = -1$	$0 - 2 = -2$
$4 - 3 = 1$	$3 - 3 = 0$	$2 - 3 = -1$	$1 - 3 = -2$	$0 - 3 = -3$
$4 - 4 = 0$	$3 - 4 = -1$	$2 - 4 = -2$	$1 - 4 = -3$	$0 - 4 = -4$
$4 - 5 = -1$	$3 - 5 = -2$	$2 - 5 = -3$	$1 - 5 = -4$	$0 - 5 = -5$

Un altre exemple: si la multiplicació per un nombre positiu és una suma repetida, la multiplicació per un nombre negatiu es pot entendre com una resta repetida. D'això se'n dedueix la regla dels signes per al producte.

?
↗

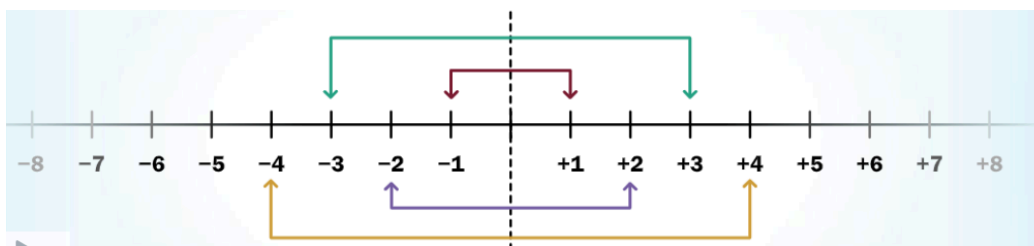
$(-3) \cdot (-5) = +15$
 $\rightarrow$
 $-(-5) - (-5) - (-5) = +15$

La multiplicació $(-3) \cdot (-5)$ és equivalent a restar 3 vegades -5 .

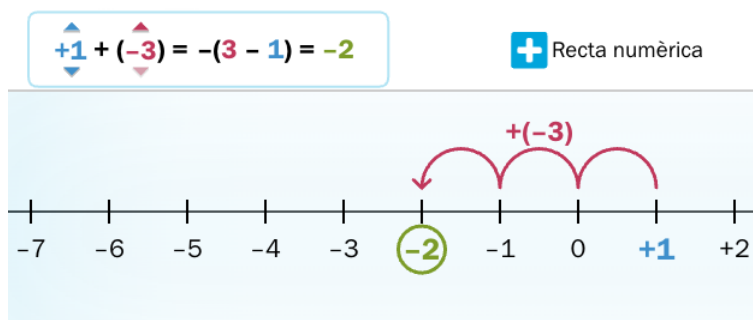
Model geomètric

Es representen els nombres enters sobre una recta numèrica. La recta numèrica és una recta orientada en què s'escull un punt arbitrari per representar el 0. Els nombres positius es representen a la dreta del 0 i els nombres negatius, a l'esquerra.

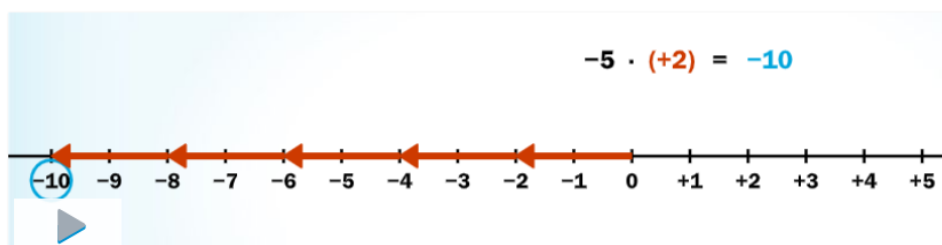
La recta numèrica permet donar una justificació geomètrica a l'ordenació dels nombres enters (com més a la dreta, més gran és el nombre, i viceversa) i interpretar el valor absolut com la distància d'un nombre enter al 0.



La suma i la resta de nombres enters es poden representar com a desplaçaments sobre la recta numèrica.



La multiplicació per un nombre positiu es pot interpretar com la dilatació d'un segment orientat sobre la recta numèrica, i la multiplicació per un nombre negatiu, com una dilatació i una inversió.

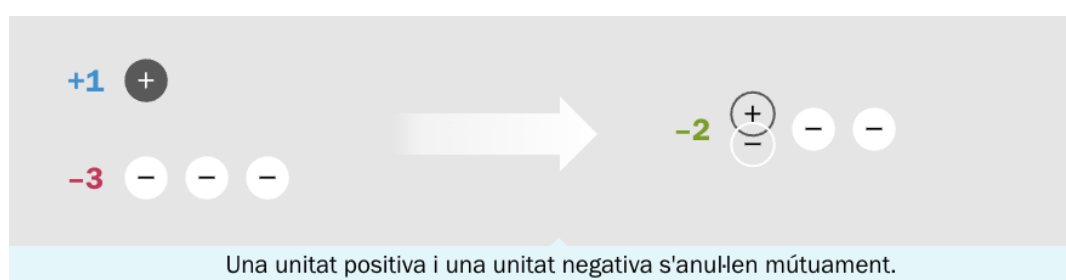


Models de fitxes o de neutralització

S'utilitzen fitxes de dos colors per representar unitats positives (+1) i negatives (-1). Dues fitxes de signe oposat es neutralitzen. Per tant, si s'afegeixen o s'eliminen parelles de fitxes de signe oposat, la quantitat global no canvia.

Això fa que un mateix nombre enter admeti infinites representacions. Per exemple, +4 es pot representar amb 4 fitxes positives, però també amb 5 de positives i 1 de negativa, amb 6 de positives i 2 de negatives, etc.

Amb l'ajuda d'aquestes múltiples representacions, la suma i la resta de nombres enters es poden entendre com una addició o sostracció de fitxes.



Referències bibliogràfiques

Hi afegim algunes referències bibliogràfiques en què hem basat aquesta proposta:

- González, J. L., [y otros autores]. (1990). *Números enteros* (Colección Matemáticas: cultura y aprendizaje). Editorial Síntesis.
- Lytle, P. A. (1992). *Use of a neutralization model to develop understanding of integers and of the operations of integer addition and subtraction* (Tesis de Máster, Concordia University).
- Hayes, R. L. (2019). *TEACHING NEGATIVE NUMBER OPERATIONS A comparative study of the neutralisation model using integer tiles*. ResearchGate.

Estructura de la unitat

1. Engeguem: **Nombres amb doble sentit**

Es plantegen situacions quotidianes i reals en què s'utilitzen nombres amb signe.

2. Explorem: **Punts positius i punts negatius**

S'investiga un joc en què es poden guanyar o perdre punts per veure què passa quan es resta una quantitat des de zero. També s'investiga un altre joc en què es poden guanyar o perdre cartes amb punts positius o negatius per explorar la suma i la resta de nombres enters.

3. Expliquem: **Nombres enters**

- S'introdueixen els nombres enters.
- Es defineixen els conceptes de valor absolut i de nombres oposats.
- S'ordenen nombres enters.
- S'introdueix la representació sobre la recta numèrica.

4. Expliquem: **Suma i resta de nombres enters**

- S'explica com sumar i restar nombres enters des de diferents models.
- Es treballen diferents significats de la resta: com a sostracció i com a diferència.
- S'utilitza la diferència entre dos nombres enters com a criteri per classificar-los.
- S'utilitza la diferència de nombres enters per calcular variacions de magnituds.

5. Explorem: **Dilatacions i inversions**

S'investiga un minijoc en què cal ampliar o invertir un objecte per aconseguir l'objectiu. D'aquesta manera, s'introdueix la idea de multiplicació per un enter positiu com a dilatació i per un enter negatiu com a dilatació més inversió.

6. Expliquem: **Més operacions amb nombres enters**

- S'explica com multiplicar nombres enters des de diferents models.
- S'explica la divisió de nombres enters com a operació inversa de la multiplicació.
- S'introdueixen les potències de base entera i exponent natural.
- S'analitzen les diferències entre les propietats dels nombres enters i dels nombres naturals.

7. Avaluem: **Avaluació – Els nombres enters**

LLIÇONS ADDICIONALS

8. Elaborem: **Jugant amb nombres enters**

Es proposa el projecte d'inventar un joc en què intervinguin els nombres enters de manera significativa.

Pots consultar la nova proposta de *Math Bits 2025* [aquí](#).

Per a qualsevol dubte, contacta amb l'assessor educatiu assignat al teu centre.